

# 波動効果を含む粒子によるBlack Hole撮像

野田 宗佑 (名古屋大 QG研 M2)

2014 10/5

「第24回ブラックホール地平面勉強会」研究会

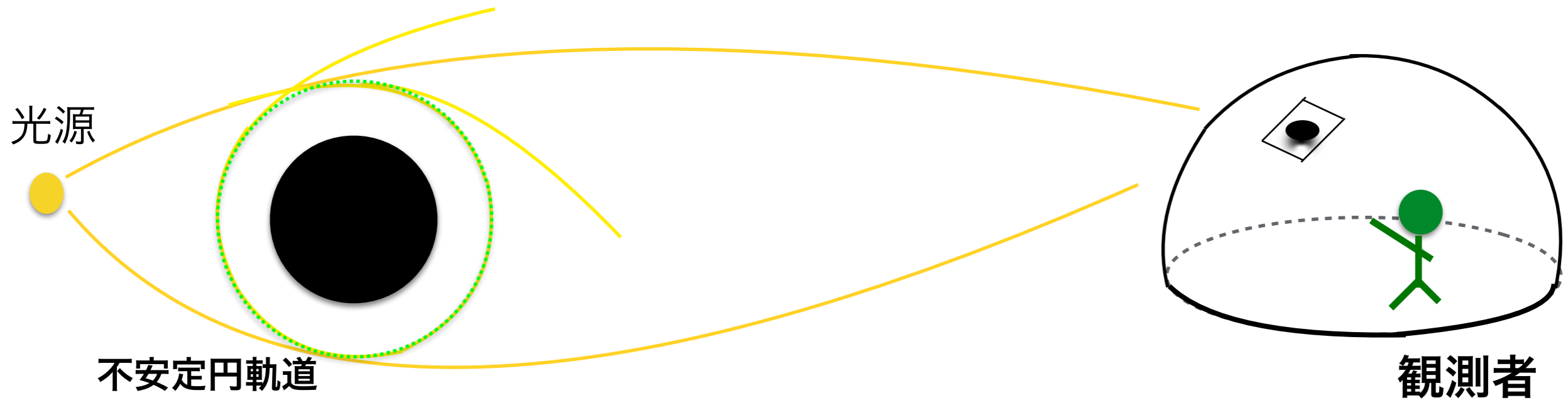
@湯田温泉ビジネスホテル喜良久(山口市)

# Introduction

# Back Ground

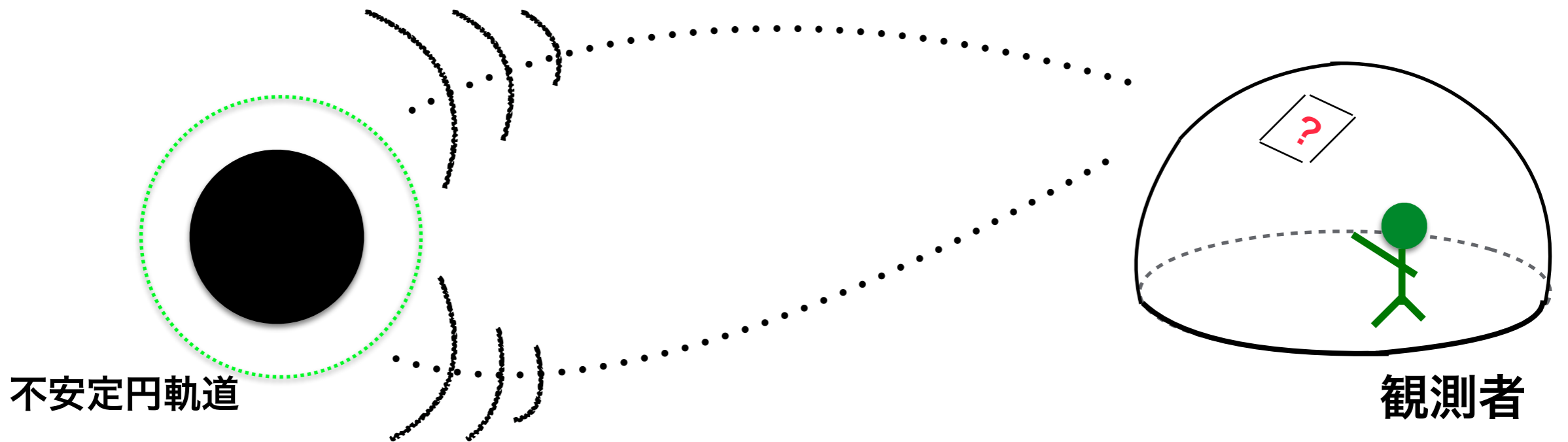
## Black Hole Shadow

…光源から出た光をtraceして観測者が見る像を描く



## 波を用いたBlack Holeの撮像

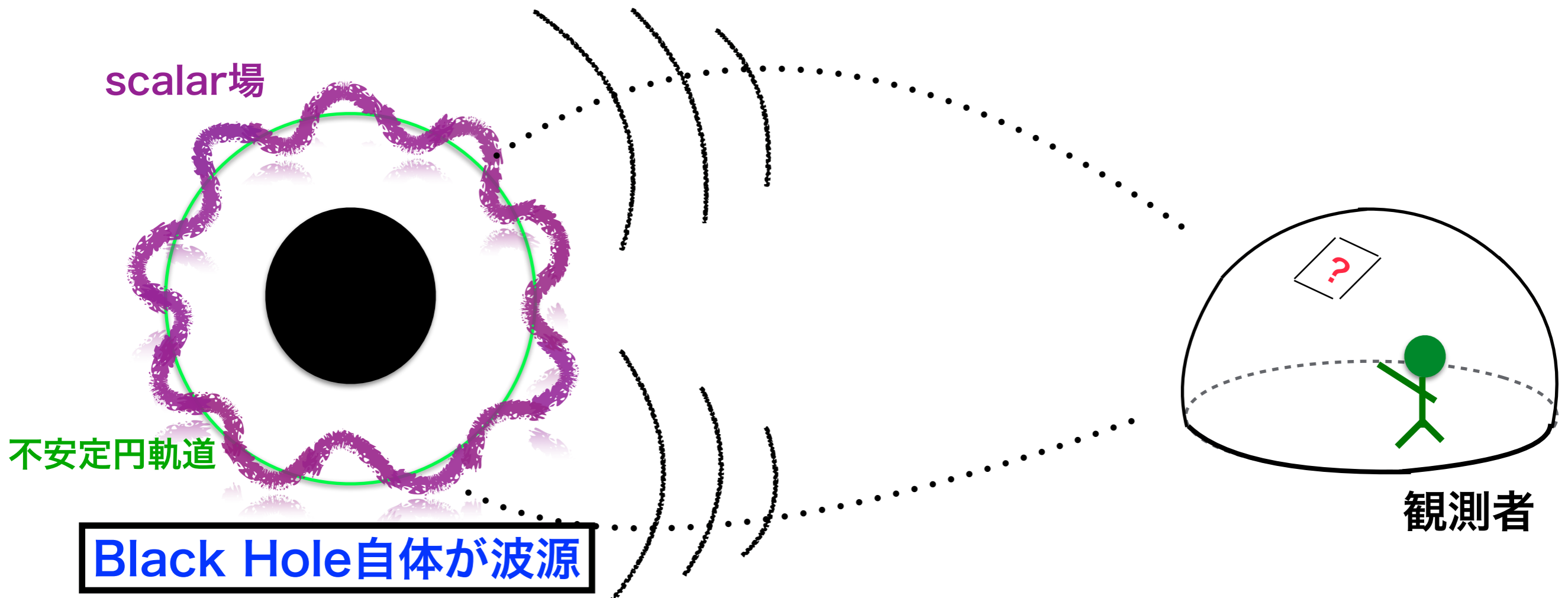
…波の干渉縞やそれをFourier変換した像が得られる。



# 状況設定

## Black Hole振動を考える

- fluctuation (減衰する) は重力振動の場合、重力波で遠方へ伝わる。
- late-tailは振動に無関係。(Black Hole準固有振動)
- Black Hole 準固有振動 (QNMs) は不安定円軌道と関係している。



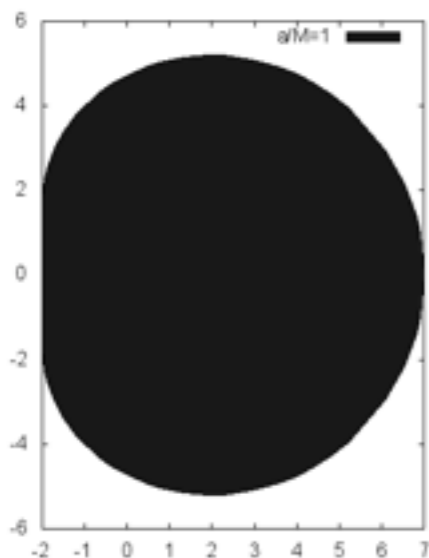
調べたいこと

粒子

不安定円軌道

⋮

Shadow



波

Black Hole準固有振動  
(QNMs)

⋮

“ Shadow ” ?



対応



QNMsは読み取れるのか

調べたいこと

粒子

波

不安定円軌道

Black Hole 準固有振動 (QNMs)

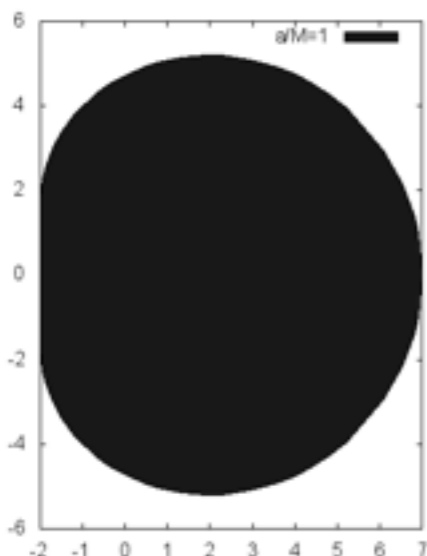
対応

⋮

⋮

Shadow

“ Shadow ” ?



QNMsは読み取れるのか

# QNMsと不安定円軌道

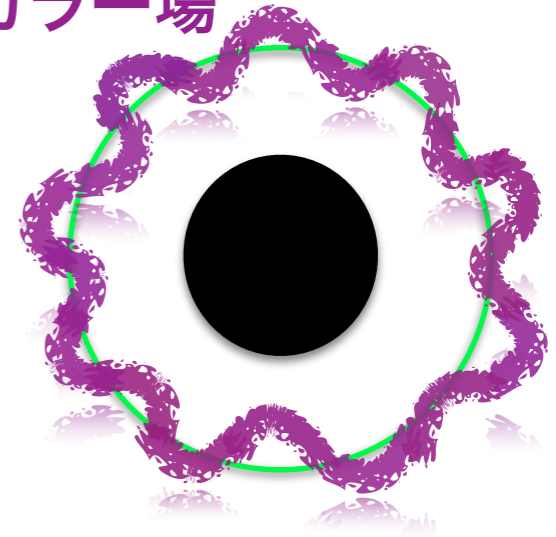
# QNMsとは？

Black Hole振動 (今回はスカラー振動)

BH時空上のスカラー場の振る舞いを見る。

Klein Gordon方程式  $\square\Phi = 0$   $\Phi = \sum_{l,m} R_l(r) S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$

スカラー場



r成分と境界条件  $\omega$  (複素数) を求める。

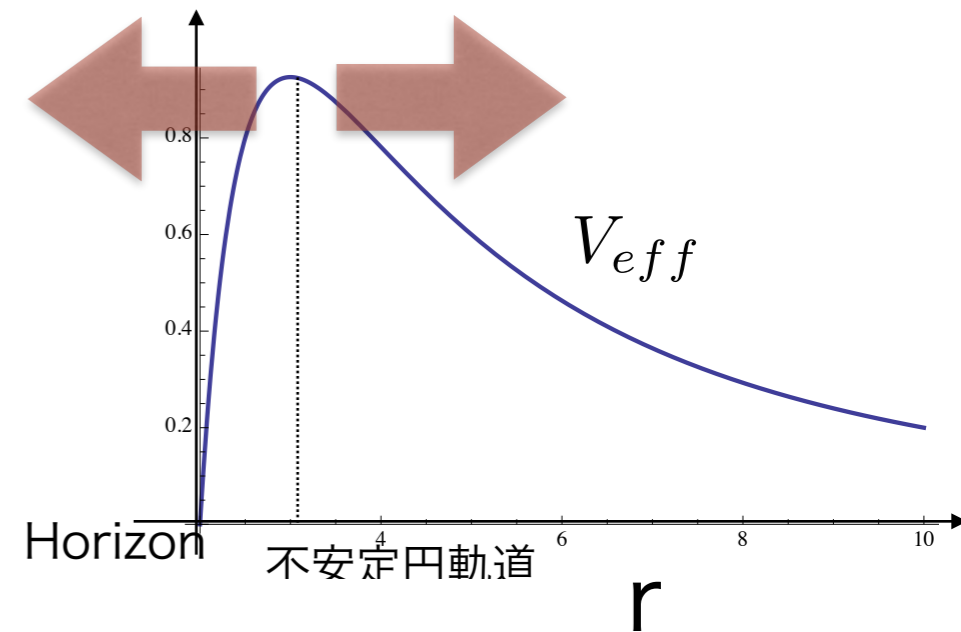
$$\frac{d^2 R(r_*)}{dr_*^2} + (\omega^2 - V_{eff}) R(r_*) = 0$$

WKB近似



$$\Phi = \sum_{n,l,m} \frac{D_n(r)}{r} S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$$

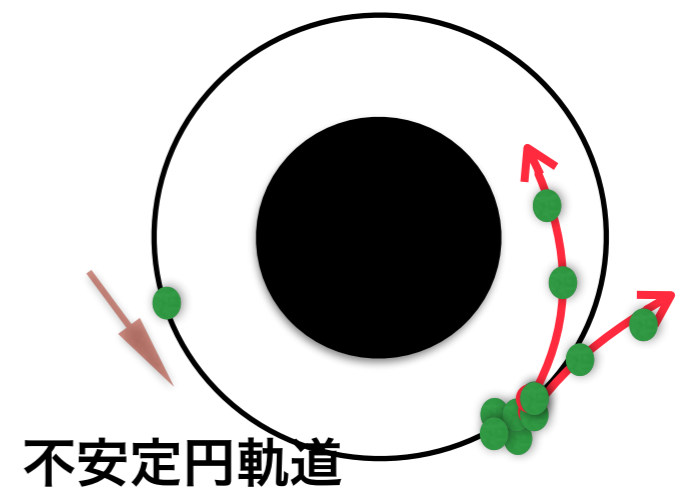
$n = 0$ 以上の整数



QNMsと粒子の運動

$$\omega = \frac{l + \frac{1}{2}}{3\sqrt{3}M} - i \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{3\sqrt{3}M}$$

角速度                      不安定円軌道からの漏れ



調べたいこと

粒子

波

不安定円軌道

Black Hole 準固有振動 (QNMs)

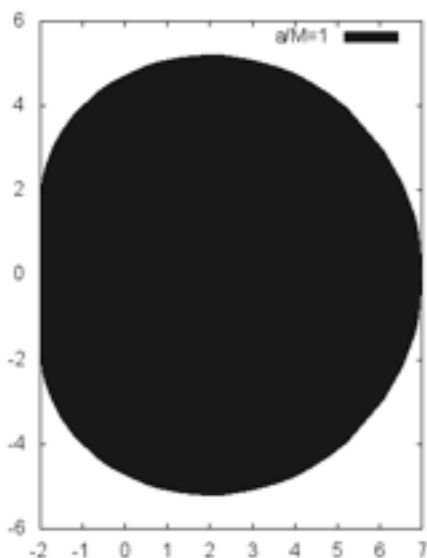
対応

量子流体力学

⋮

Shadow

“ Shadow ” ?



QNMsは読み取れるのか

# 量子流体力学 (非相对論的)

# 量子流体力学(非相対論的)

## Schrödinger方程式

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right] \Phi$$

$$\Phi = \sqrt{\rho} e^{iS}$$

## 流体の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla (V + V_Q)$$

Lagrange微分

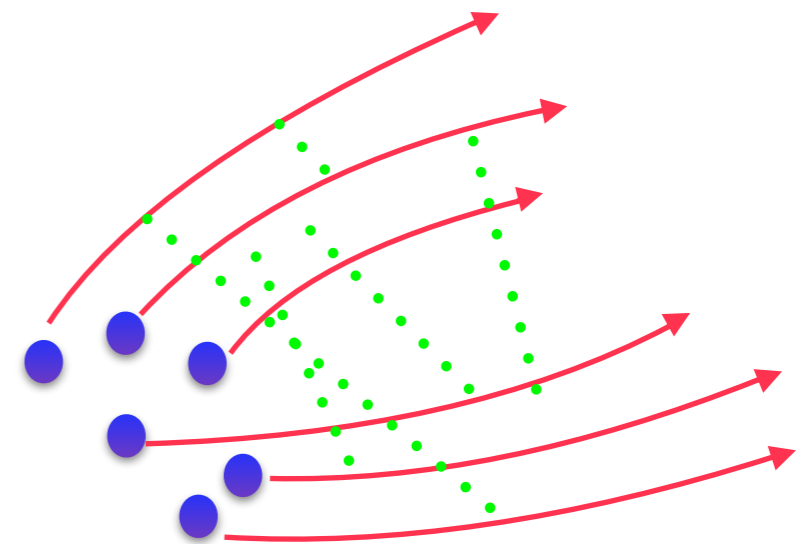
波動効果 (量子効果)

$$\rho = |\Phi|^2$$

$$\vec{v} \equiv \frac{\nabla S}{m}$$

$$V_Q \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right)$$

量子ポテンシャル



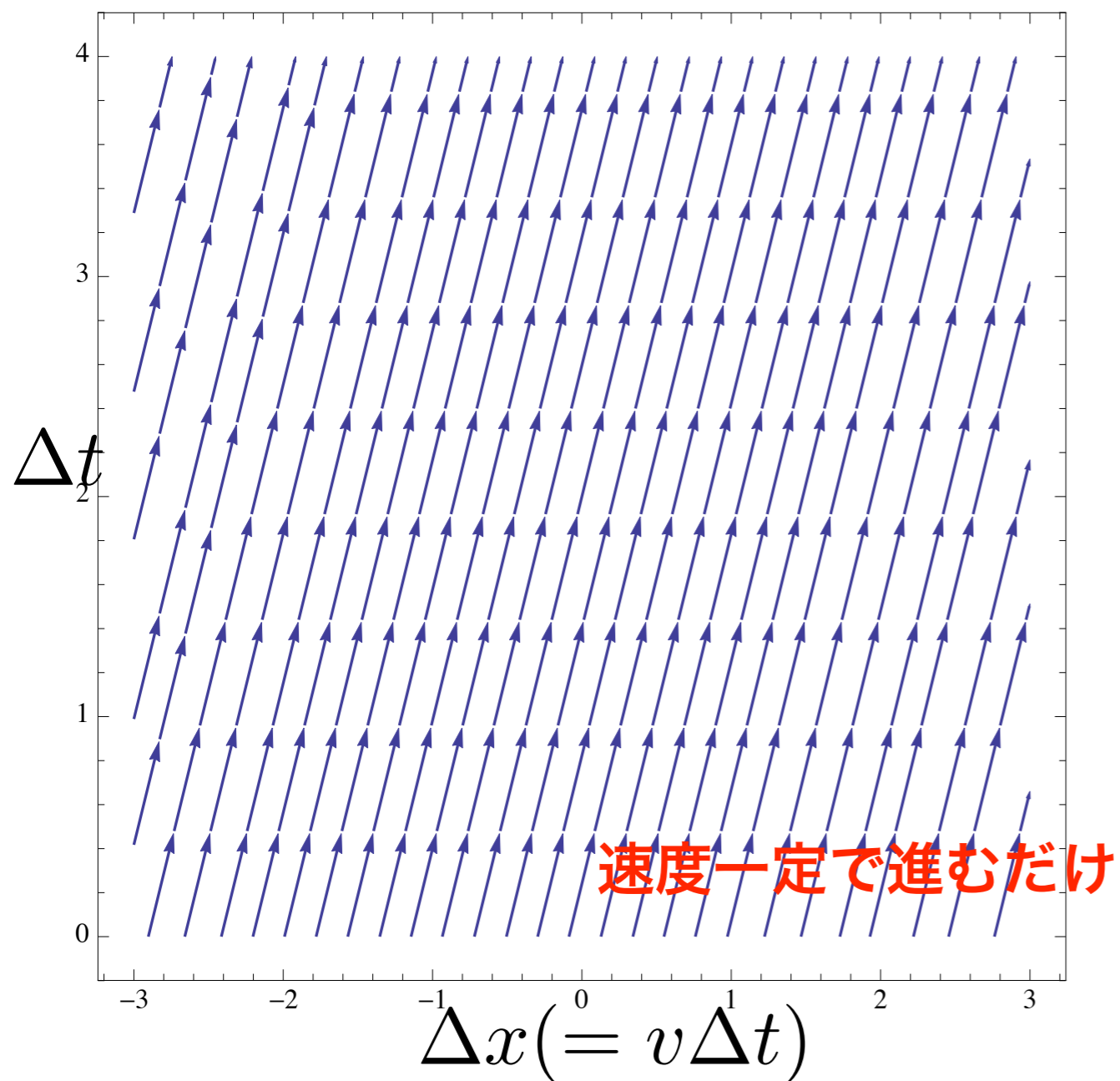
● 流体粒子

..... 量子効果

# 自由粒子と自由波束

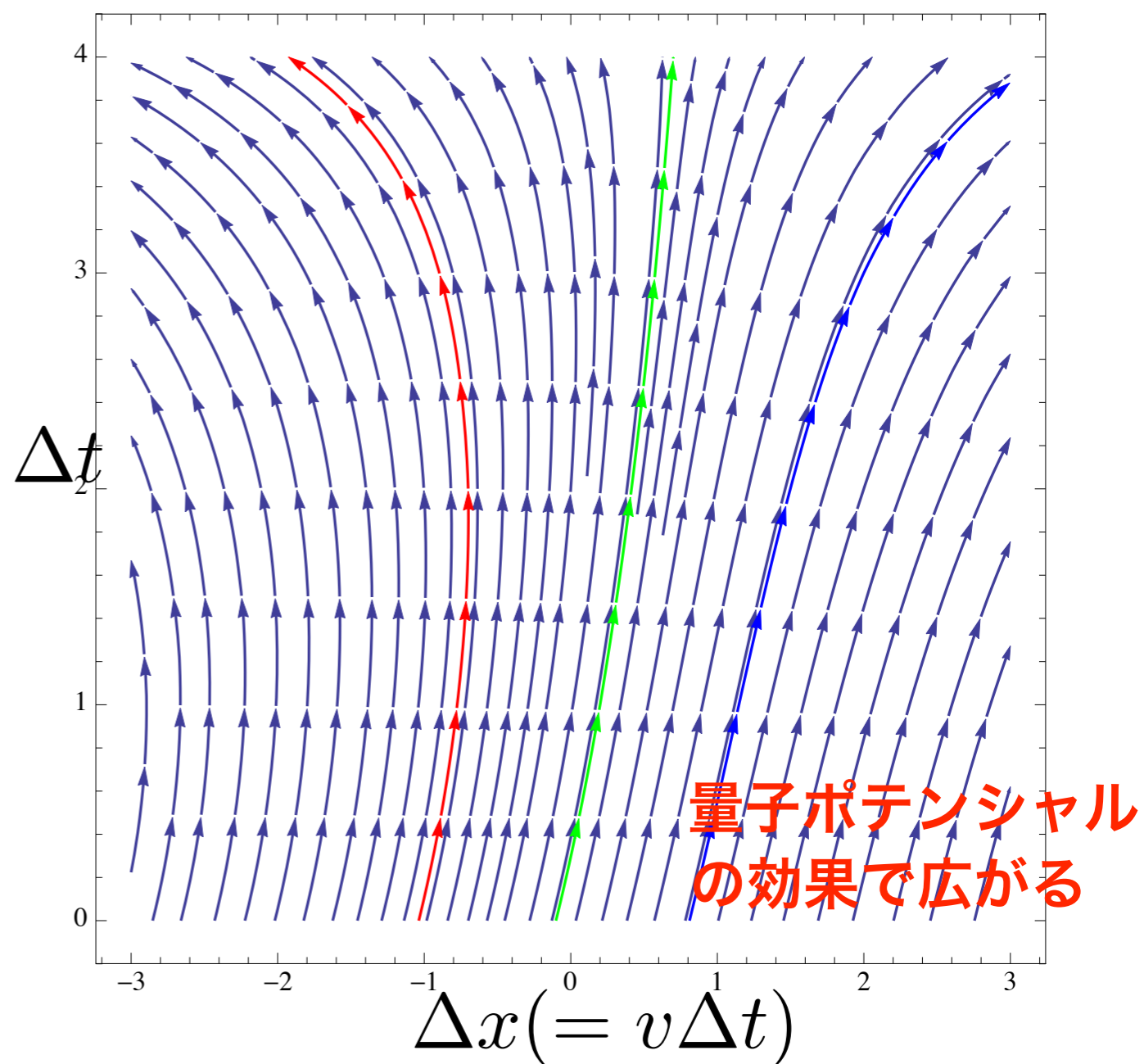
自由粒子

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

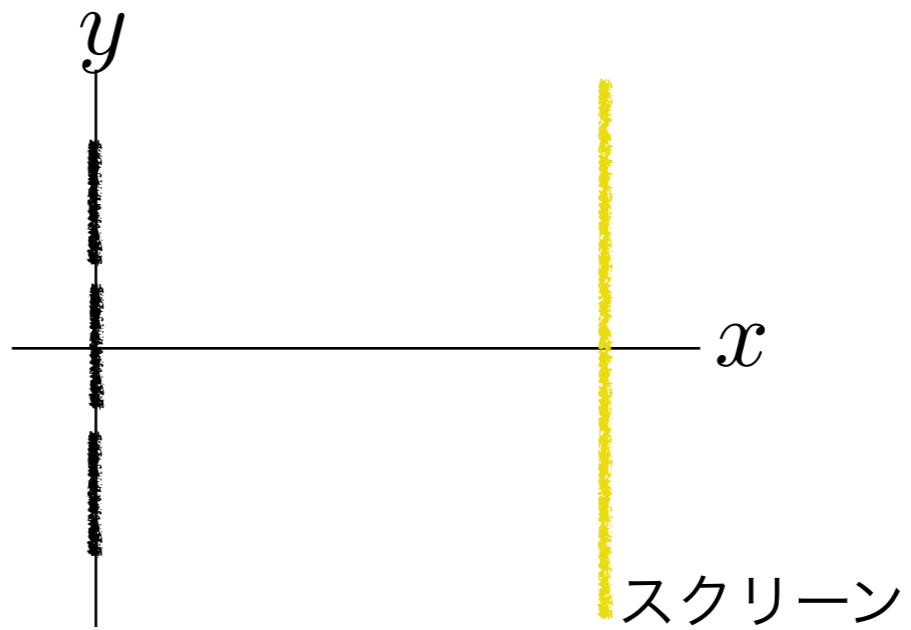
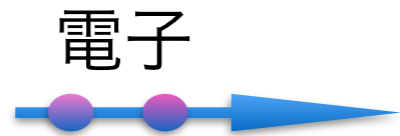


自由波束

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla V_Q$$

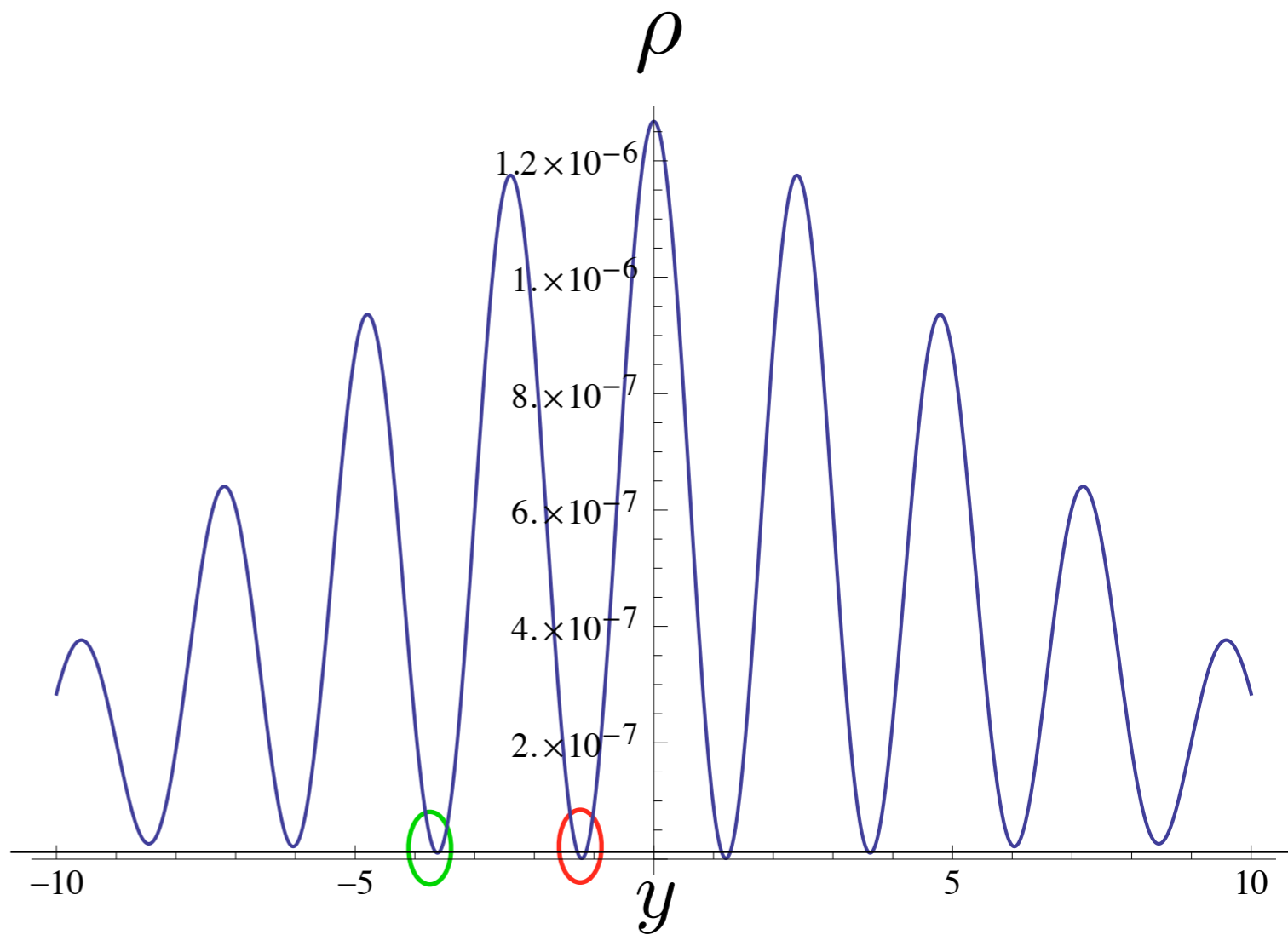
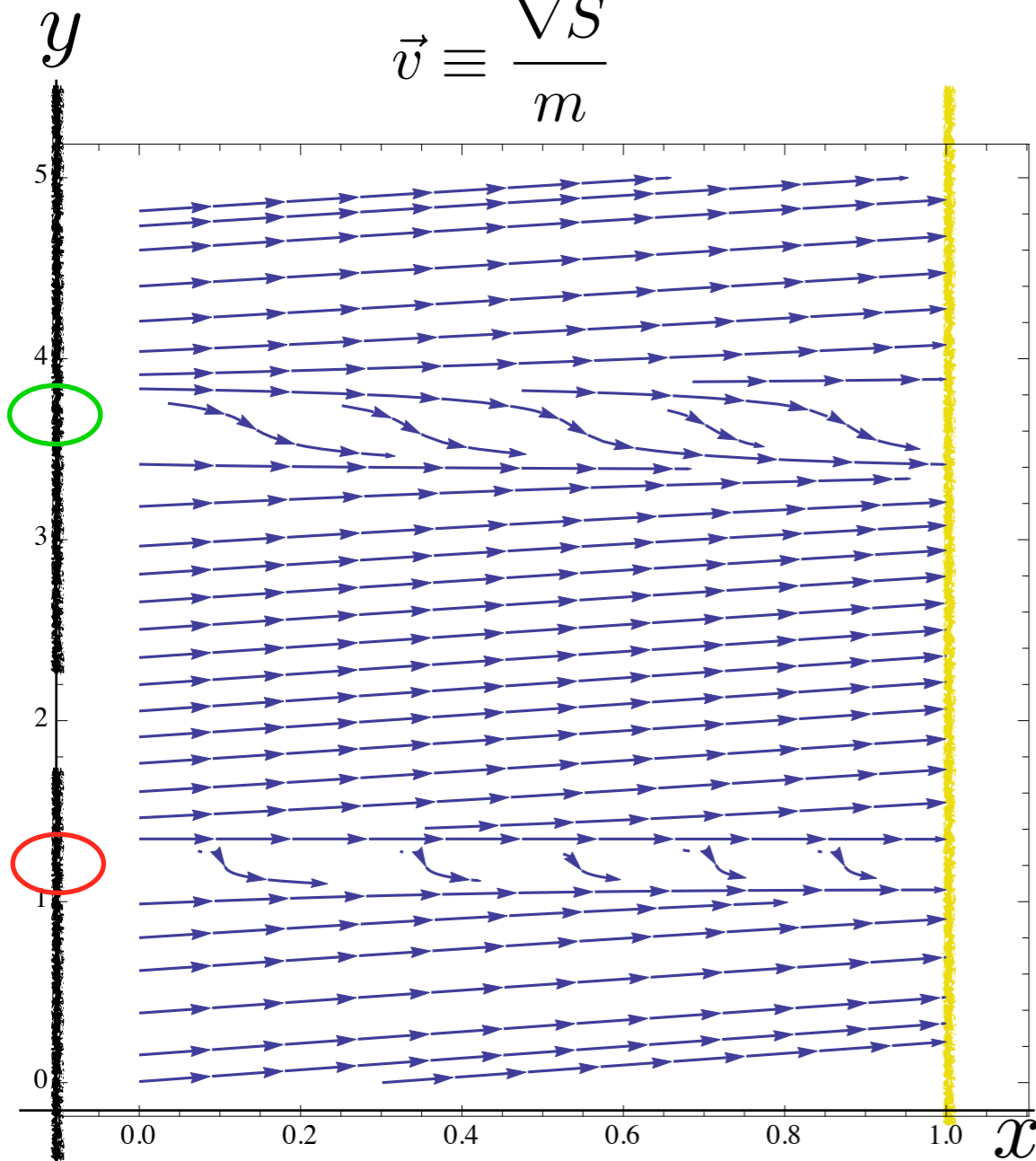


# 2重スリット



flow

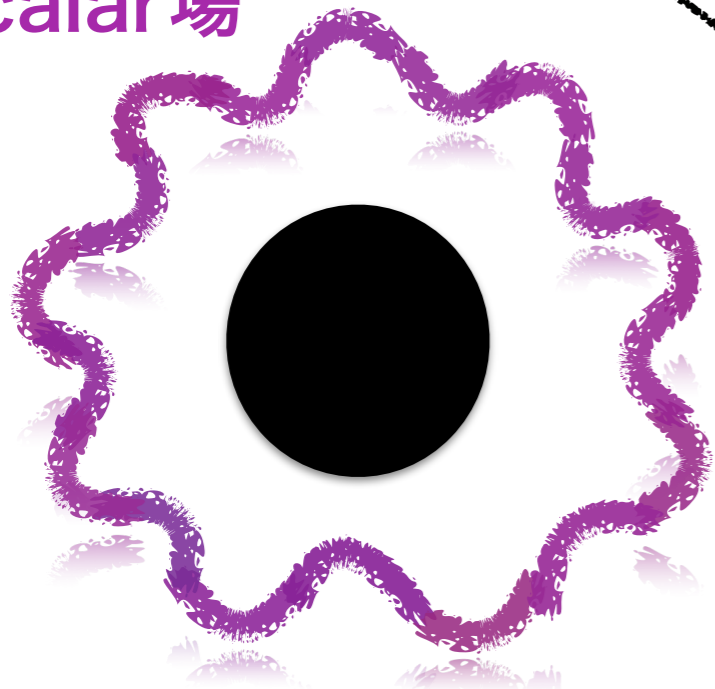
$$\vec{v} \equiv \frac{\nabla S}{m}$$



**Black Holeの場合**

# Black Holeの場合

scalar場



Black Hole自体が波源

Flowを描く

(流体粒子の軌跡)

スクリーン  
(観測者)

$$\Phi = \sum_{n,l,m} \frac{D_n(r)}{r} S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$$

$$\omega = \frac{L}{3\sqrt{3}M} - i \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{3\sqrt{3}M}$$

- nを変えた時の干渉縞や像の違いは？
- 干渉縞や像からQNMの各modeの寄与を取り出せるか？

# 相対論的な場合 (Schwarzschild)

## Klein Gordon方程式

$$\square \Phi = 0$$

$$\Phi = \sqrt{\rho} e^{iS}$$

WKB近似  
→

$$\Phi = \sum_{n,l,m} \frac{D_n(r)}{r} S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$$

## 流体方程式

$$\nabla_{\mu}(\rho u^{\mu}) = 0$$

$$g^{\mu\nu} u_{\mu} u_{\nu} - \frac{\square \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} = 0$$

## Flow

$$u^{\mu} \equiv \left( \frac{dt}{d\lambda}, \frac{dr}{d\lambda}, \frac{d\theta}{d\lambda}, \frac{d\phi}{d\lambda} \right)$$

$$u^{\mu} \equiv g^{\mu\nu} \partial_{\nu} S$$



不安定円軌道周辺の波の様子を  
"粒子"で見る (Flowを描く)

# Flowの様子

$$\Phi = \frac{D_n(r)}{r} S_l(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi} = \sqrt{\rho} e^{iS}$$

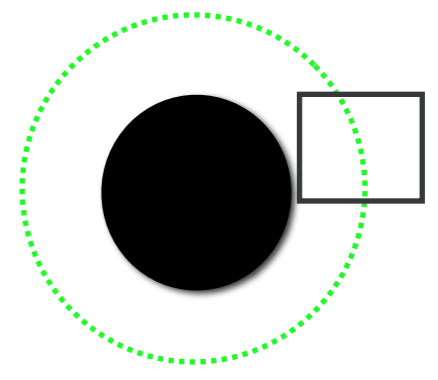
Flow

$$u^\mu \equiv g^{\mu\nu} \partial_\nu S = \left( \frac{dt}{d\lambda}, \frac{dr}{d\lambda}, \frac{d\theta}{d\lambda}, \frac{d\phi}{d\lambda} \right)$$

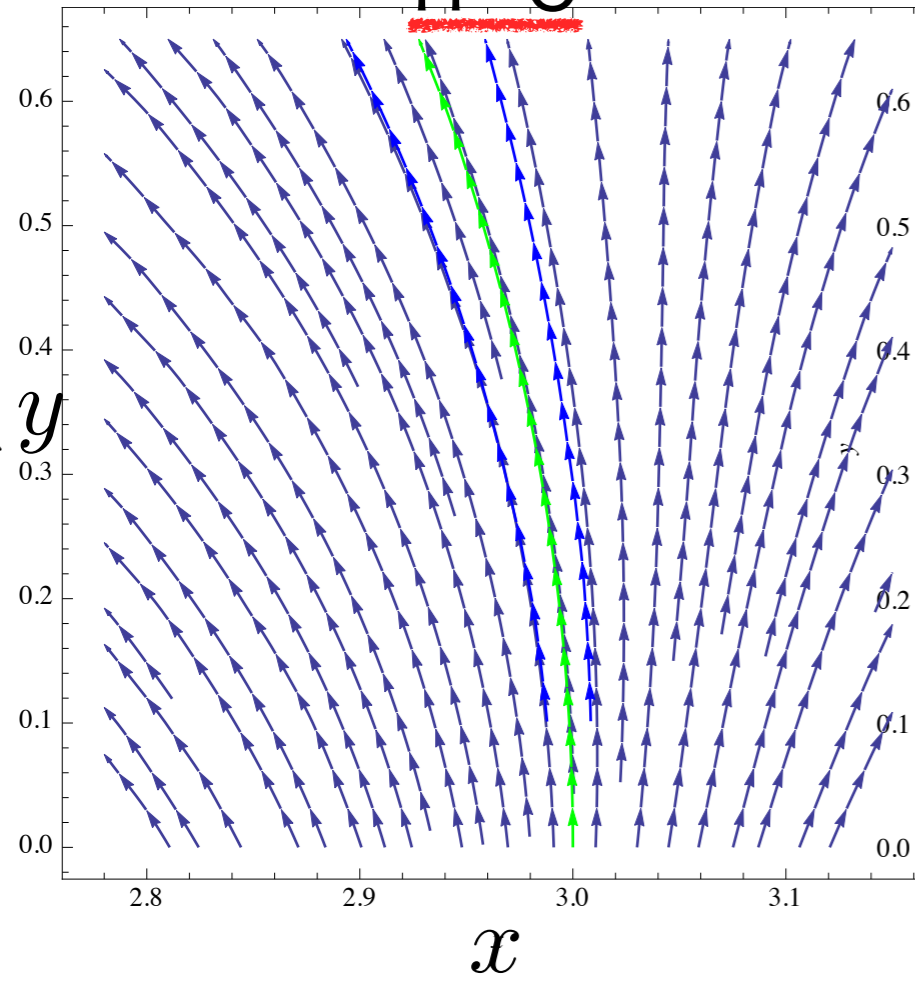
$$\left( \frac{dr}{d\lambda}, \frac{d\phi}{d\lambda} \right)$$



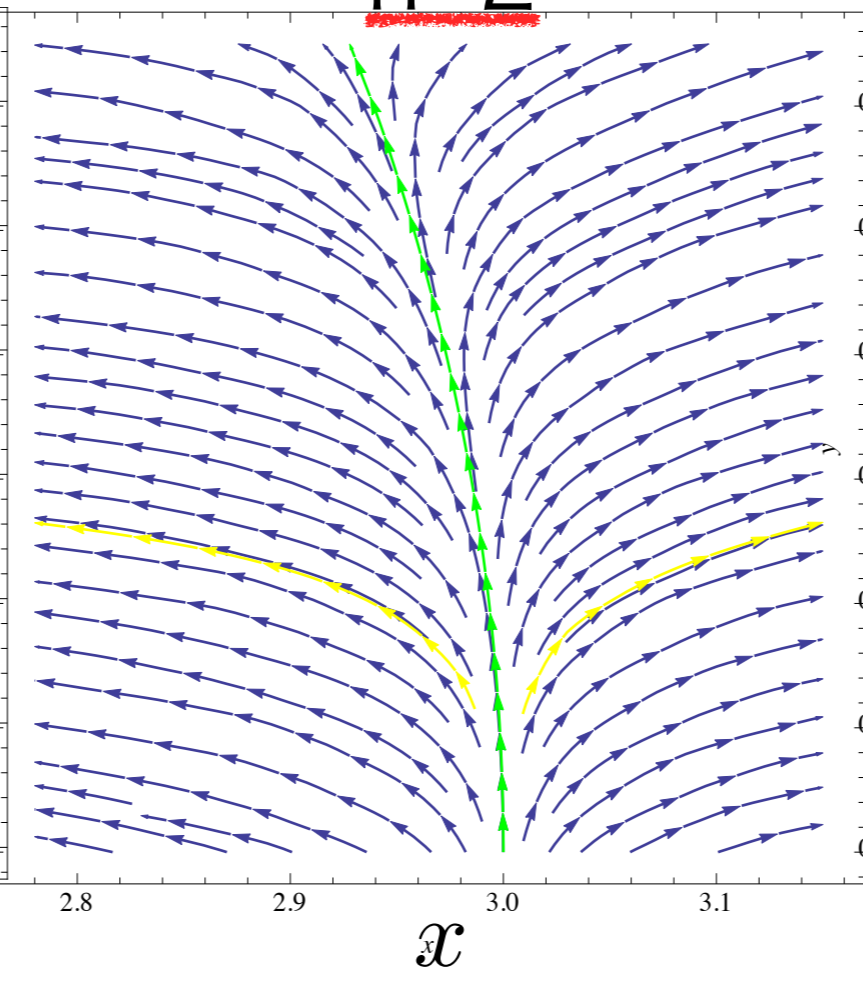
$\theta = \text{一定面上でのベクトル場}$



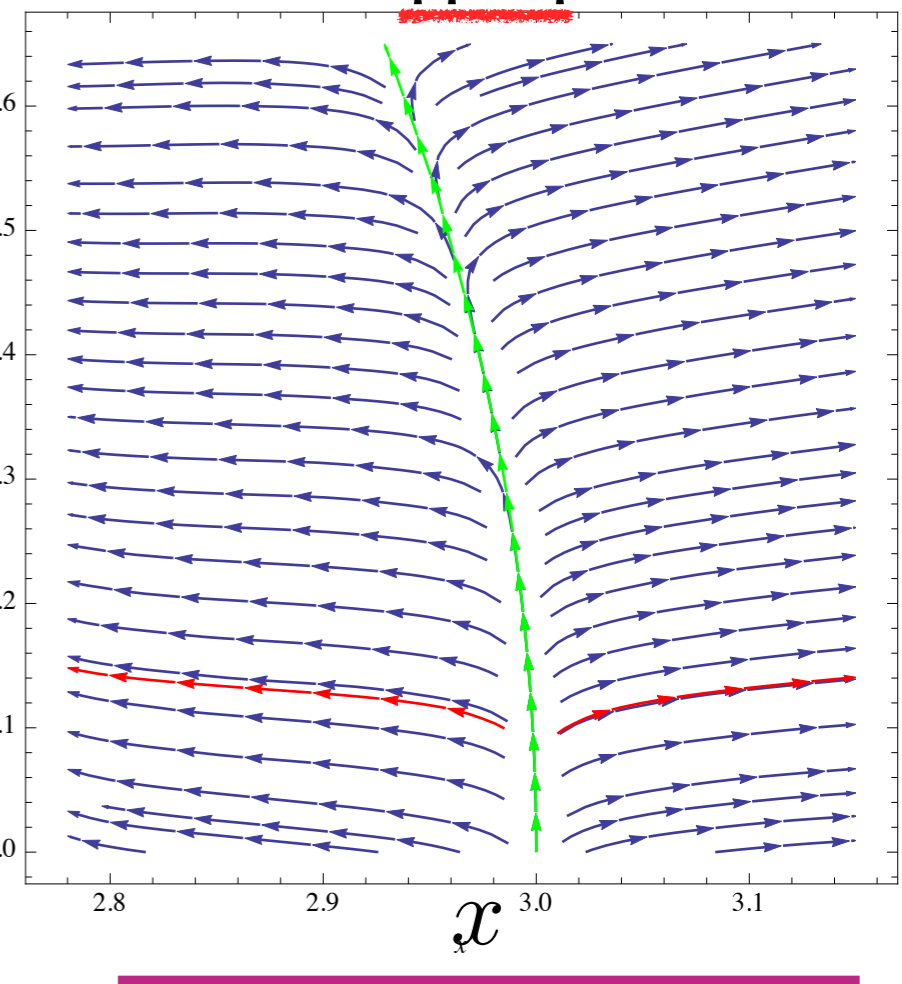
$n=0$



$n=2$



$n=4$

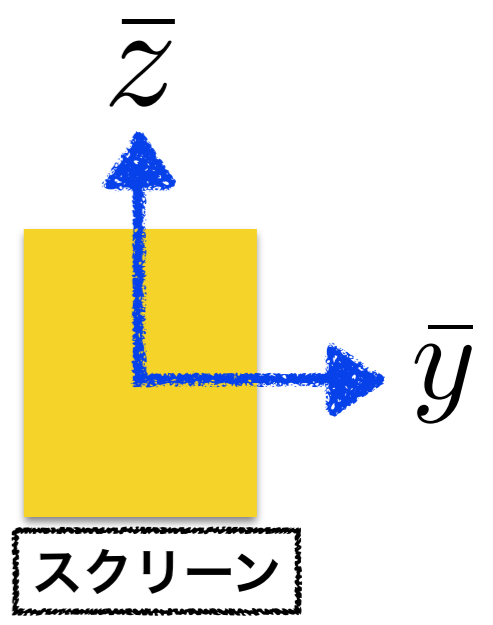
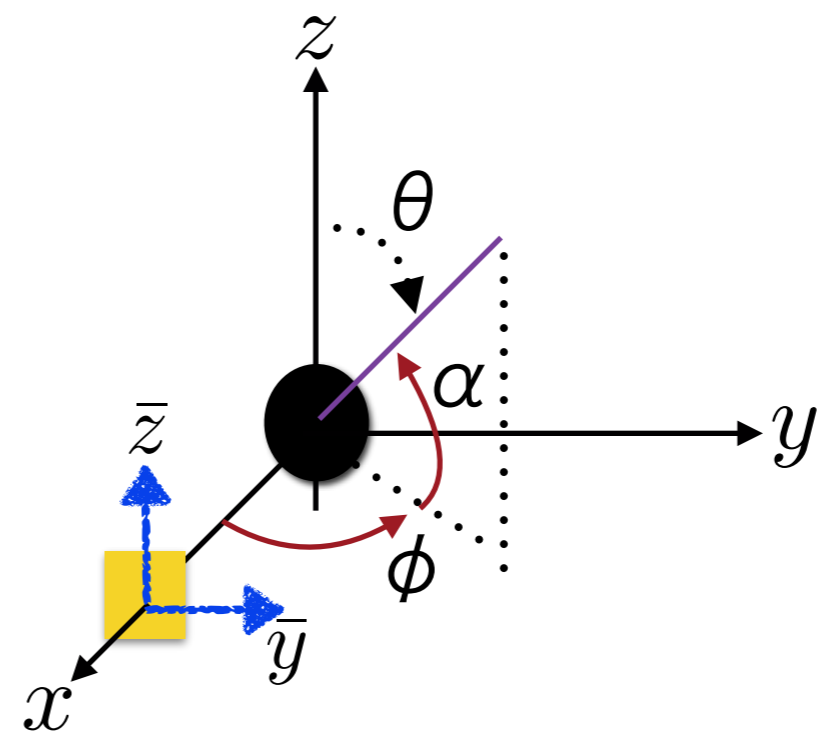


**--- 不安定円軌道**

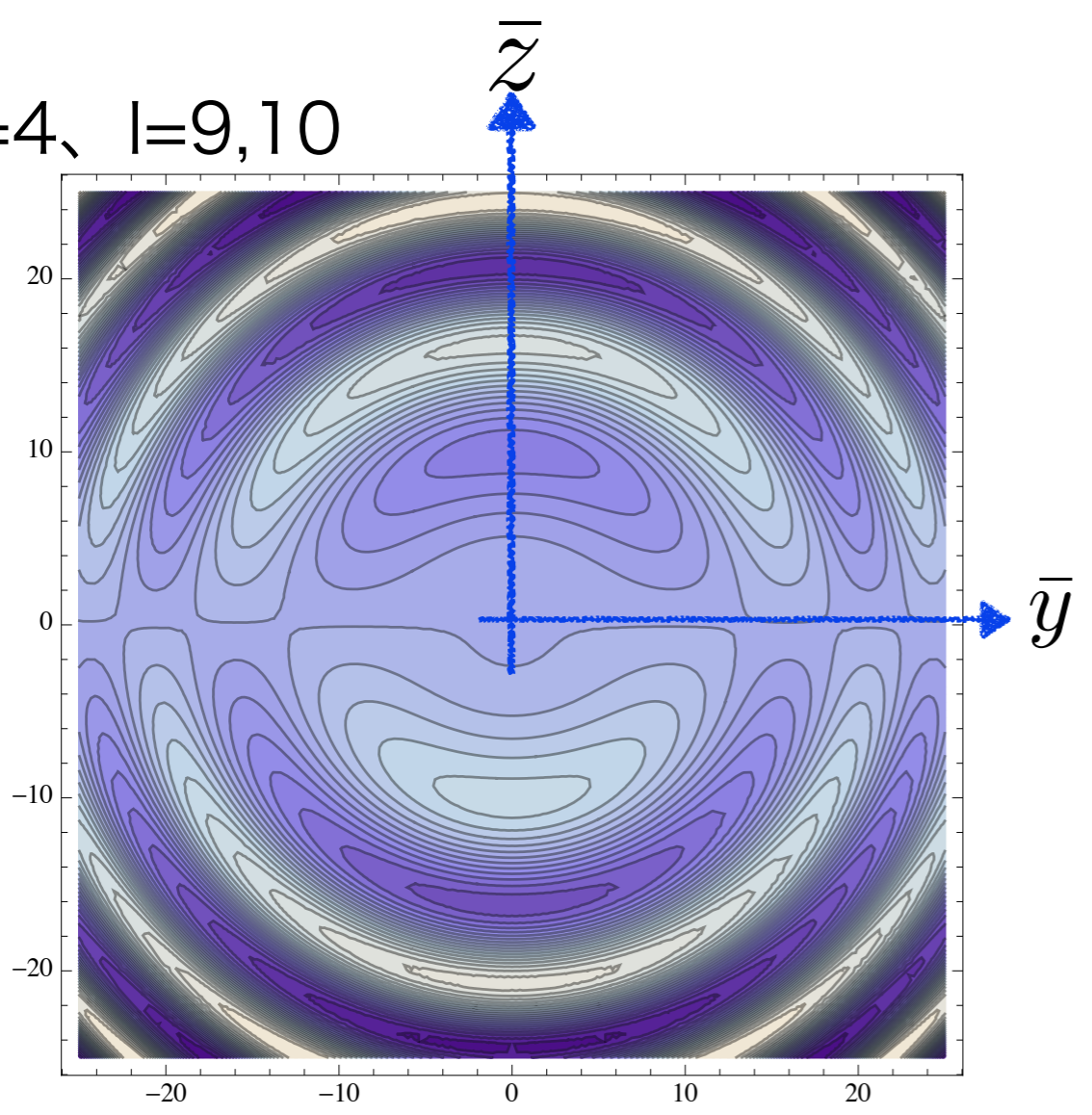
# 干渉縞

$$\Phi = \sum_{n,l,m} \frac{D_n(r)}{r} S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$$

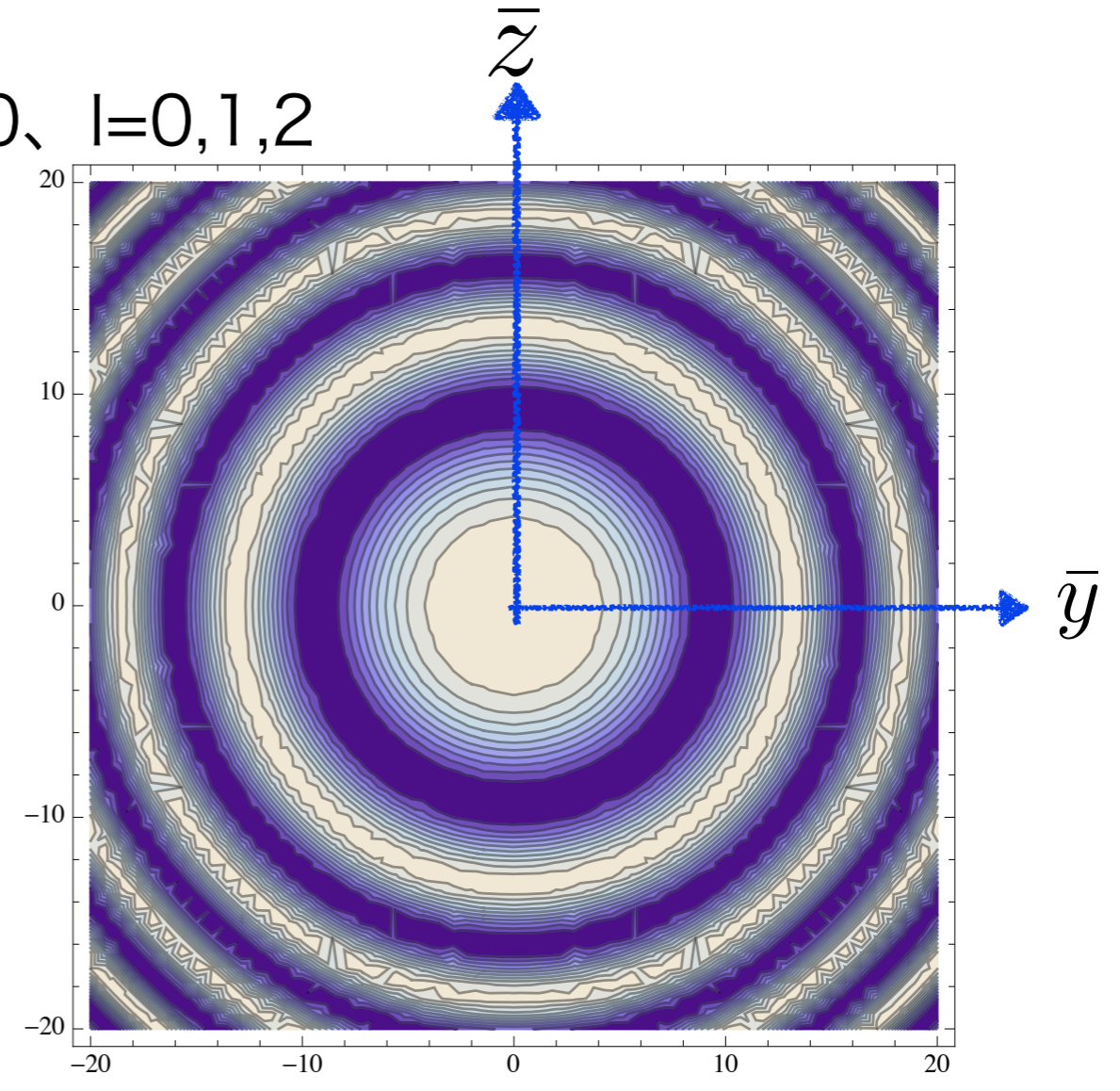
$$\rho = |\Phi|^2$$



$n=4, l=9, 10$



$n=0, l=0, 1, 2$

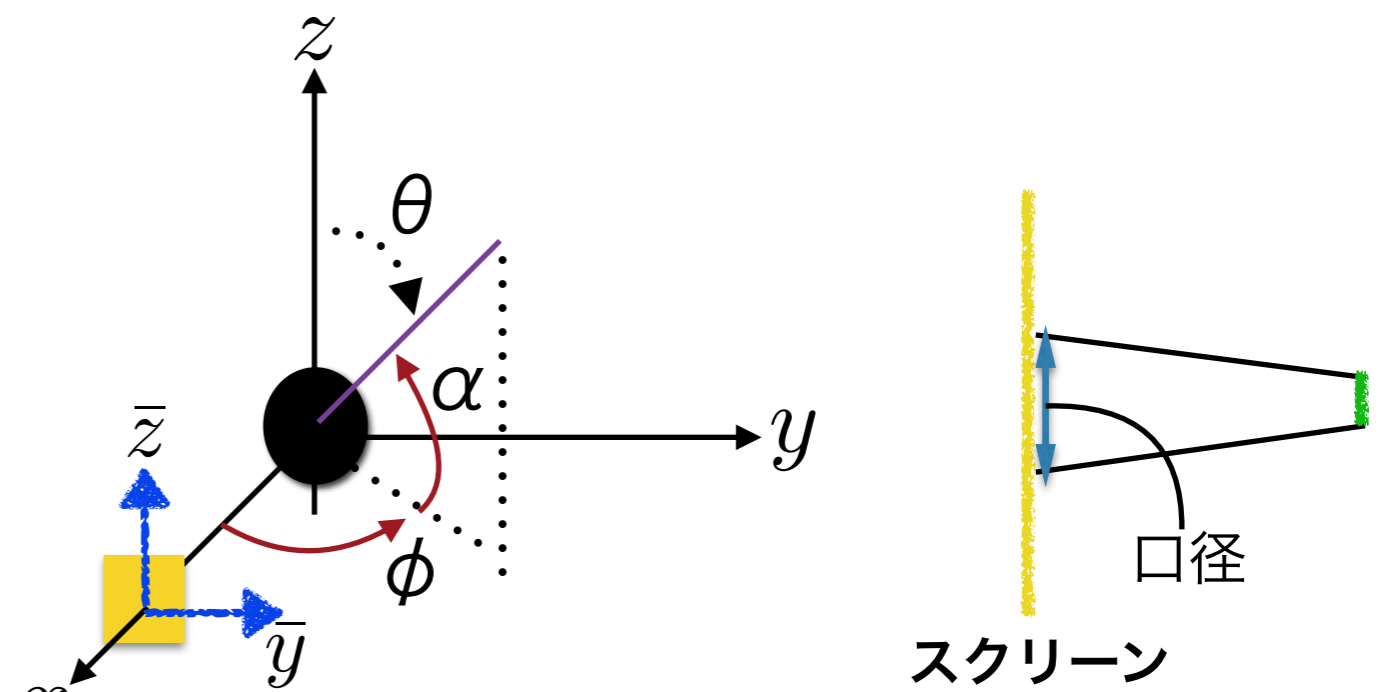


# 像

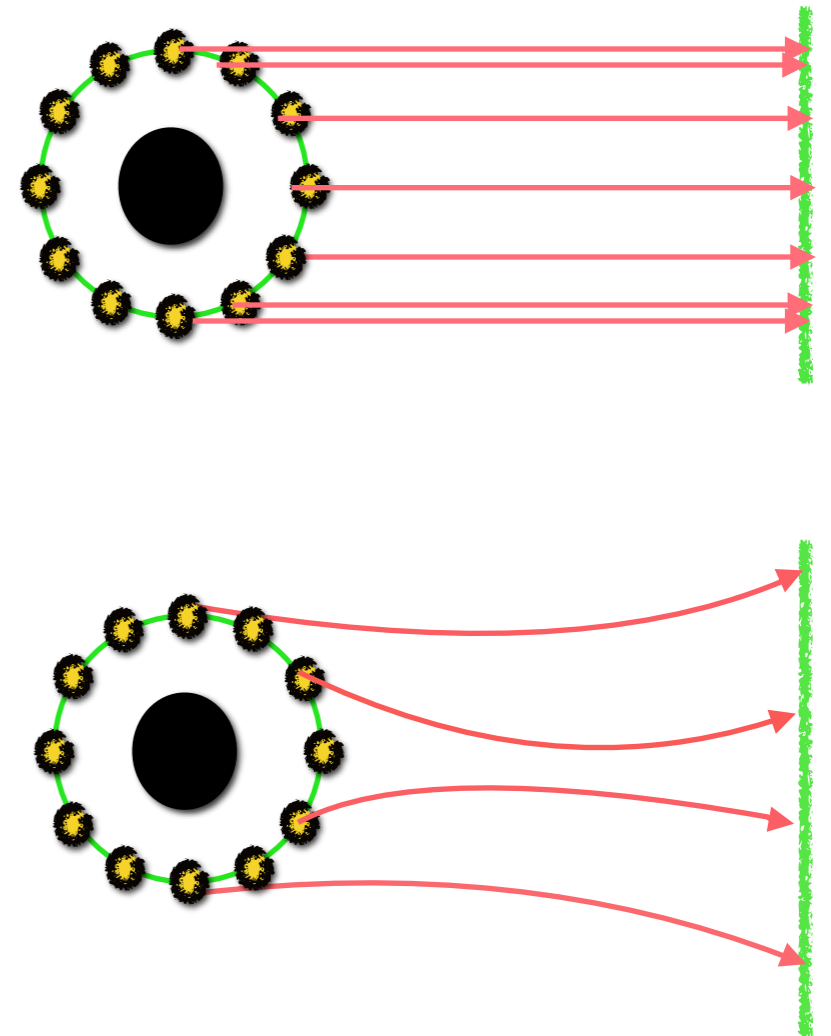
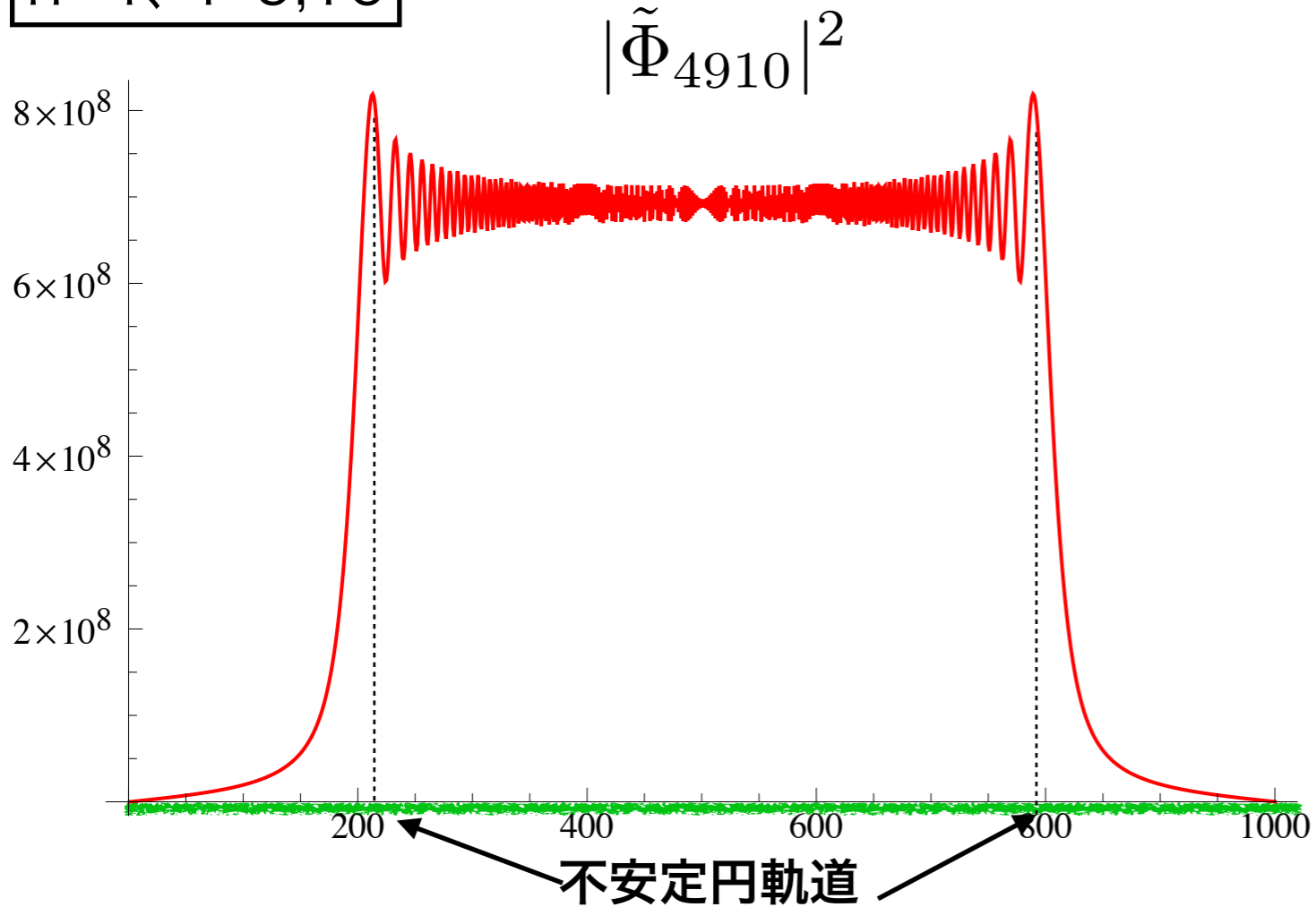
場を  $\bar{y}$  軸上でFourier変換する。

$$\tilde{\Phi}_{4910} \equiv \mathcal{F} \sum_{l=9,10} \sum_m \Phi_{4lm}$$

$$\Phi = \sum_{n,l,m} \frac{D_n(r)}{r} S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$$



$n=4, l=9,10$

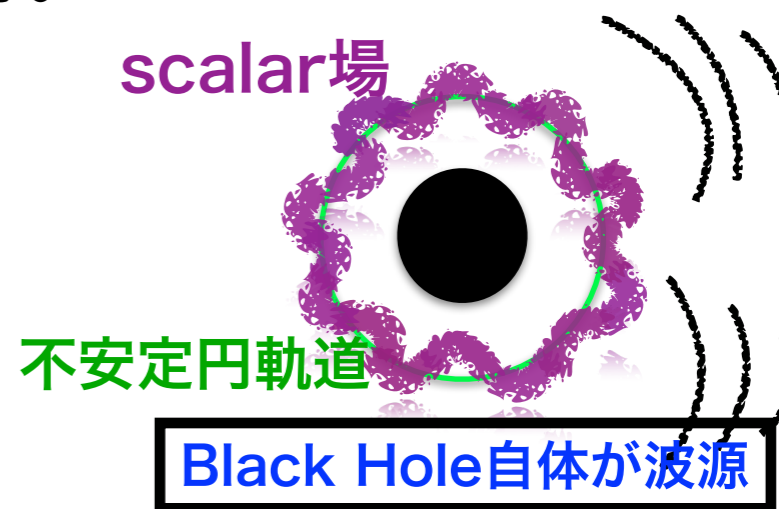


# まとめ

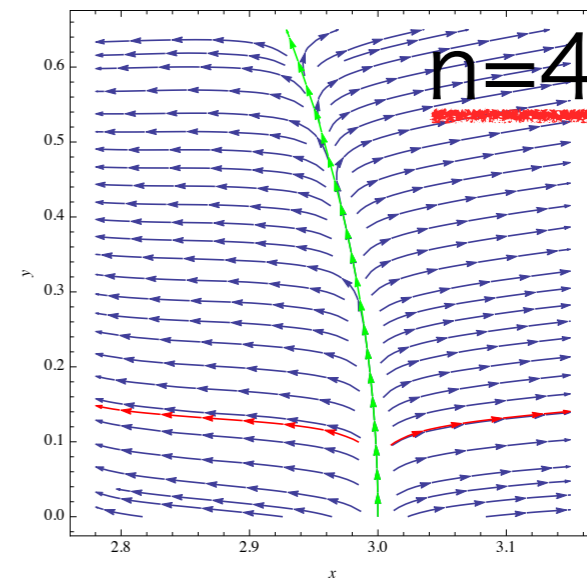
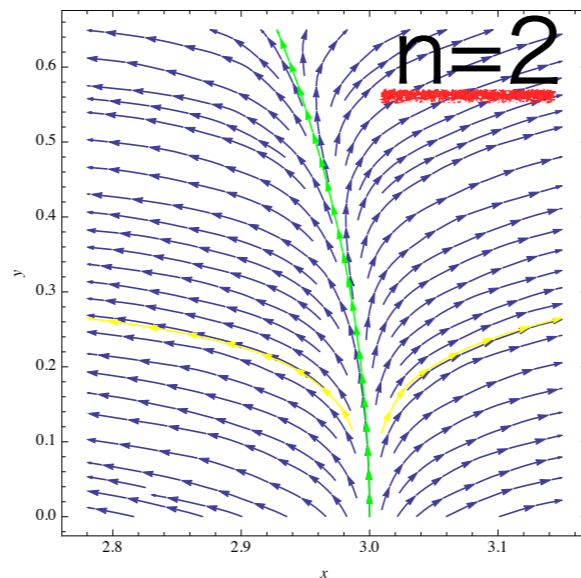
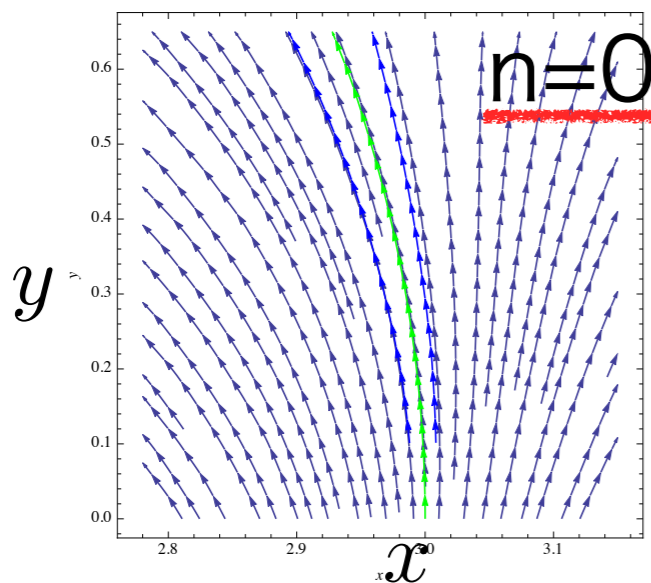
- QNMs(不安定円軌道からの波の漏れ出し)に由来する波の像。

$$\square\Phi = 0 \quad \Phi = \sum_{n,l,m} \frac{D_n(r)}{r} S_{lm}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\phi}$$

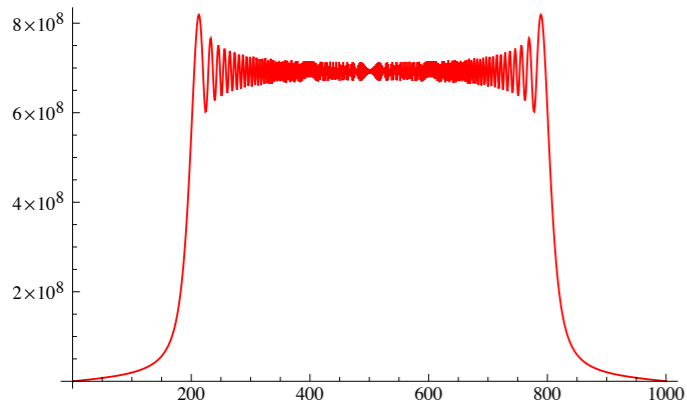
$$\omega = \frac{L}{3\sqrt{3}M} - i \left( \underline{n + \frac{1}{2}} \right) \frac{1}{3\sqrt{3}M}$$



- 漏れ出しの様子を見るために波のFlow(流体粒子)を見た。



- 像はShadowとは異なる。



- 不安定円軌道の部分は明るい
- 内側が光る
- 外側は暗いが輪郭はぼやける

漏れだし具合による(QNMs)

